Uta Freiberg
Peter Arzt

Universität Siegen
Wintersemester 2012/13

Übungsblatt 4

Verzweigungs- und Erneuerungstheorie

Aufgabe 1

Beweisen Sie die Aussage aus Bemerkung 3 im Abschnitt 4.1 der Vorlesung: Eine sub-Markov'sche Halbgruppe auf I lässt sich zu einer Markov'schen auf $I \cup \{\partial\}$ fortsetzen durch die Definition

$$P_{i,\partial}(t) = \begin{cases} 1, & \text{falls } i = \partial, \\ 1 - \sum_{j \in I} P_{i,j}(t), & \text{falls } i \in I, \end{cases} \qquad t > 0.$$

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass ein Poissonprozess $\left\{N(t)\right\}_{t \geq 0}$ mit Intensität λ zum Zeitpunkt t poissonverteilt mit Parameter λt ist. Benutzen Sie dazu die Tatsachen, dass, falls W_i die i-te Wartezeit ist, $T_n = \sum_{i=1}^{n} W_i$ gammaverteilt ist und dass $N(t) \geq j$ genau dann gilt, wenn $T_j \leq t$.

Aufgabe 3

Insekten landen in der Suppe gemäß eines Poissonprozesses mit Intensität λ, und jedes dieser Insekten ist mit Wahrscheinlichkeit p grün, unabhängig von den Farben aller anderer Insekten. Zeigen Sie, dass das Eintreffen grüner Insekten einen Poissonprozess mit Intensität λp bildet.