Uta Freiberg
Universität Siegen

zu bearbeiten bis: 01. 12. 2011

Wintersemester 2011/2012

Brownsche Bewegung I

4. Übungsblatt

Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß eine Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, die α–Hölder–stetig für ein $\alpha > 1$ ist, konstant sein muß.

Aufgabe 2

Beweisen Sie die folgende Aussage:
Seien X und Y i.i.d. $N(0, \sigma^2)$–verteilt. Dann ist $X^2 + Y^2$ exponentialverteilt mit Mittelwert $2\sigma^2$.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, daß die Standard–Brownsche Bewegung $B = \{B_t, t \geq 0\}$ folgende Eigenschaften besitzt:

(a) Für alle $0 < a < b < \infty$ ist B $\mathbb{P}$–fast sicher auf dem Intervall $[a, b]$ nicht monoton.
Hinweis: Zerlegen Sie das Intervall $[a, b]$ in Teilintervalle.

(b) Für alle $t_0 \geq 0$ gilt $\mathbb{P}[B \text{ hat in } t_0 \text{ ein lokales Maximum}] = 0$.
Hinweis: Nutzen Sie die Aussage über die Verteilung des Maximums aus der Vorlesung (Lemma 3.1.4).

(c) $\mathbb{P}$–f.s. existieren lokale Maxima von B.