Uta Freiberg
Universität Siegen

zu bearbeiten bis: 03. 02. 2012

Wintersemester 2011/2012

Brownsche Bewegung I

10. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Bemerkung zu Beispiel 7.3.3 d)

Es sei $(\mathcal{F}_t)_{t\geq 0}$ eine Filtration, die nicht rechtsseitig stetig ist.

$$\tau_G = \inf\{t \geq 0 : B(t) \in G\}, \quad \text{für } G \subset \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie:

(a) Für G abgeschlossen, ist τ_G ist eine strikte Stoppzeit bezüglich $(\mathcal{F}_t)_{t\geq 0}$.

(b) Wenn G offen ist, dann ist τ_G im allgemeinen keine strikte Stoppzeit bezüglich $(\mathcal{F}_t)_{t\geq 0}$.

Aufgabe 2 (Beispiel 7.3.3 f)

Sei τ eine Stoppzeit. Für $n \in \mathbb{N}$ definiere

$$\tau_n(\omega) = (m+1)2^{-n}, \quad \text{falls } m2^{-n} \leq \tau(\omega) < (m+1)2^{-n}.$$

Zeigen Sie: τ_n ist eine Stoppzeit für alle n, und $\tau_n \searrow \tau$.

Aufgabe 3

Beweisen Sie Lemma 7.3.6 aus der Vorlesung.

Aufgabe 4 (Beispiel. 7.3.8 b)

Sei

$$\tau = \inf\big\{t \geq 0 : B(t) = \max_{0\leq s\leq 1}\{B(s)\}\big\}.$$

Zeigen Sie: τ ist keine Stoppzeit, und $\mathbb{P}[\tau < 1] = 1$.