Dr. U. Freiberg zu bearbeiten bis: 20. 06. 2013

Sommersemester 2013

Mathe III für Bauingenieure – DGL'en

2. Übungsblatt

Aufgabe 6

Überprüfen Sie, ob die beiden DGL'en

$$(a)\ y' = \sin(xy) + x^2 e^y \qquad \text{bzw.} \qquad (b)\ y' = \sqrt[3]{xy}$$

eindeutige Lösungen besitzen, und zwar jeweils durch die Anfangspunkte $(0,0)$ bzw. $(1,0)$.

Aufgabe 7

Besitzt die Funktion f in der DGL $y' = f(x,y)$ die Form $f(x,y) = g(x)y + r(x)y^\alpha$ für ein $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0, \alpha \neq 1$, so gibt es eine nützliche Transformation analog zu den Typen (a) und (b), die in der Vorlesung behandelt wurden.

(a) Überzeugen Sie sich zunächst, dass die Fälle $\alpha = 0$ und $\alpha = 1$ mit den Ihnen bereits bekannten Methoden lösbar sind.

(b) Entwickeln Sie ein allgemeines Verfahren, indem Sie die Transformation $z = y^{1-\alpha}$ benutzen.

(c) Wenden Sie Ihr Verfahren auf die DGL

$$y' = -\frac{1}{x}y + \frac{\ln x}{x}y^2, \qquad x > 0$$

an.

Aufgabe 8

Besitzt die Funktion f in der DGL $y' = f(x,y)$ die Form $f(x,y) = f(x^2+y^2)$, so ist durch $z^2 = x^2 + y^2$ eine nützliche Transformation gegeben.

(a) Entwickeln Sie ein allgemeines Verfahren, indem Sie die Transformation $z^2 = x^2 + y^2$ benutzen. Überzeugen Sie sich dabei zunächst davon, dass das Ableiten der Transformation auf $2zz' = 2x + 2yy'$ führt.

(b) Wenden Sie Ihr Verfahren auf die DGL

$$xyy' = -(x^2 + y^2)$$

an.