Dr. U. Freiberg zu bearbeiten bis: 20. 04. 2012

Sommersemester 2012

Fraktale Geometrie

2. Übungsblatt

Aufgabe 1

Man beweise das Theorem 1.7. aus der Vorlesung!

Aufgabe 2

Sei $X \neq \emptyset$ eine Menge und $Y \subseteq X$ eine feste Teilmenge mit $\emptyset \neq Y \neq X$. Wir betrachten folgende äußere Maße:

$$\mu_1(A) = \begin{cases} \#A & \text{falls } A \text{ endlich} \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_2(A) = \begin{cases} 0 & \text{falls } A \text{ abzählbar} \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_3(A) = \begin{cases} 0 & \text{falls } A = \emptyset \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_4(A) = \begin{cases} 0 & \text{falls } A \text{ abzählbar} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_5(A) = \begin{cases} 0 & \text{falls } A = \emptyset \\ 1 & \text{falls } A \cap Y \neq \emptyset,\ A \cap Y^c = \emptyset \\ 2 & \text{falls } A \cap Y = \emptyset,\ A \cap Y^c \neq \emptyset \\ 3 & \text{sonst} \end{cases}$$

Man bestimme jeweils die μ_i–messbaren Mengen.

Aufgabe 3

Es seien X ein Raum, μ ein äußeres Maß auf X und $A \subseteq X$ eine feste Menge. Zeigen Sie:

(a) $\mu \llcorner A$ ist ein äußeres Maß auf X.

(b) $\mathcal{X}_\mu \subseteq \mathcal{X}_{\mu \llcorner A}$, wobei $\mathcal{X}_\nu$ die σ–Algebra der bezüglich eines äußeren Maßes ν messbaren Mengen bezeichnet.