Universität Siegen, Département Mathematik
Dr. Uta Freiberg

Abgabe in den Übungen: 15.06. – 17.06.2011

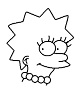
Sommersemester 2011

Stochastik II

8. Übungsblatt

Aufgabe 1 (4x3=12 Punkte)
Man beweise die in der Vorlesung formulierten Fakten 2.1.1 und 2.1.3 sowie die Lemmata 2.2.4 und 2.2.5.

Aufgabe 2 (2+2+4=8 Punkte)
Sicherlich kennen Sie (z.B. aus Stochastik I) das Problem der sogenannten *Geburtstagszwillinge*: **Wie viele Leute müssen sich in einem Raum befinden, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens** 50% **darunter zwei Personen mit dem gleichen Geburtstag** (unter Vernachlässigung des Geburtsjahres) **befinden?** Diese Aufgabe ist sehr beliebt, da die richtige Antwort 23 überraschend niedrig ausfällt.
Lösen Sie folgende (modifizierten) Geburtstagszwillings–Probleme.



Sie dürfen der Einfachheit halber sogar annehmen, es gäbe keine Schaltjahre.

(a) Wie viele Leute müssen sich in einem Raum befinden, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 50% darunter zwei Personen befinden, die an gleichen oder aufeinander folgenden Tagen Geburtstag haben? (Dabei gelten auch 31.12. und 01.01. als aufeinander folgend.)

(b) Wie viele Leute müssen sich mit *Ihnen* zusammen in einem Raum befinden, damit Sie mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 50% unter den anderen Personen jemanden finden, der am gleichen Tag wie *Sie* Geburtstag hat?

(c) Es sei p_N die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter N Personen, $N \geq 2$, mindestens zwei mit dem gleichen Geburtstag befinden. Bestimmen Sie für alle N die Anzahl der benötigten Personen, so dass Ihr persönliches Geburtstagszwillings–Problem (Aufgabe (b)) mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa p_N gelöst wird.

Aufgabe 3* (+ 4* Punkte)
Ein betrunkener Mann steht an einer Klippe. Ein weiterer Schritt nach vorn würde Absturz und sicheren Tod bedeuten. Es verhält sich jedoch glücklicherweise so, dass er sich mit einer Wahrscheinlichkeit von (nur) $1/3$ zum Abgrund, und mit einer Wahrscheinlichkeit von $2/3$ vom Abgrund weg bewegt. Nach diesem Prinzip reiht er Schritt an Schritt (i.i.d.) – der Einfachheit halber nehmen wir an, dass keine Bewegungen zur Seite stattfinden.
Man berechne die Wahrscheinlichkeit, mit der er (irgendwann) abstürzt.
Man berechne außerdem die Wahrscheinlichkeit, mit der er (irgendwann) abstürzt, wenn man den Wahrscheinlichkeits–Vektor $(1/3, 2/3)$ durch den allgemeineren Fall $(1-p, p)$, $p \in [0, 1]$, ersetzt.